AI2615: 算法设计与分析

上海交通大学

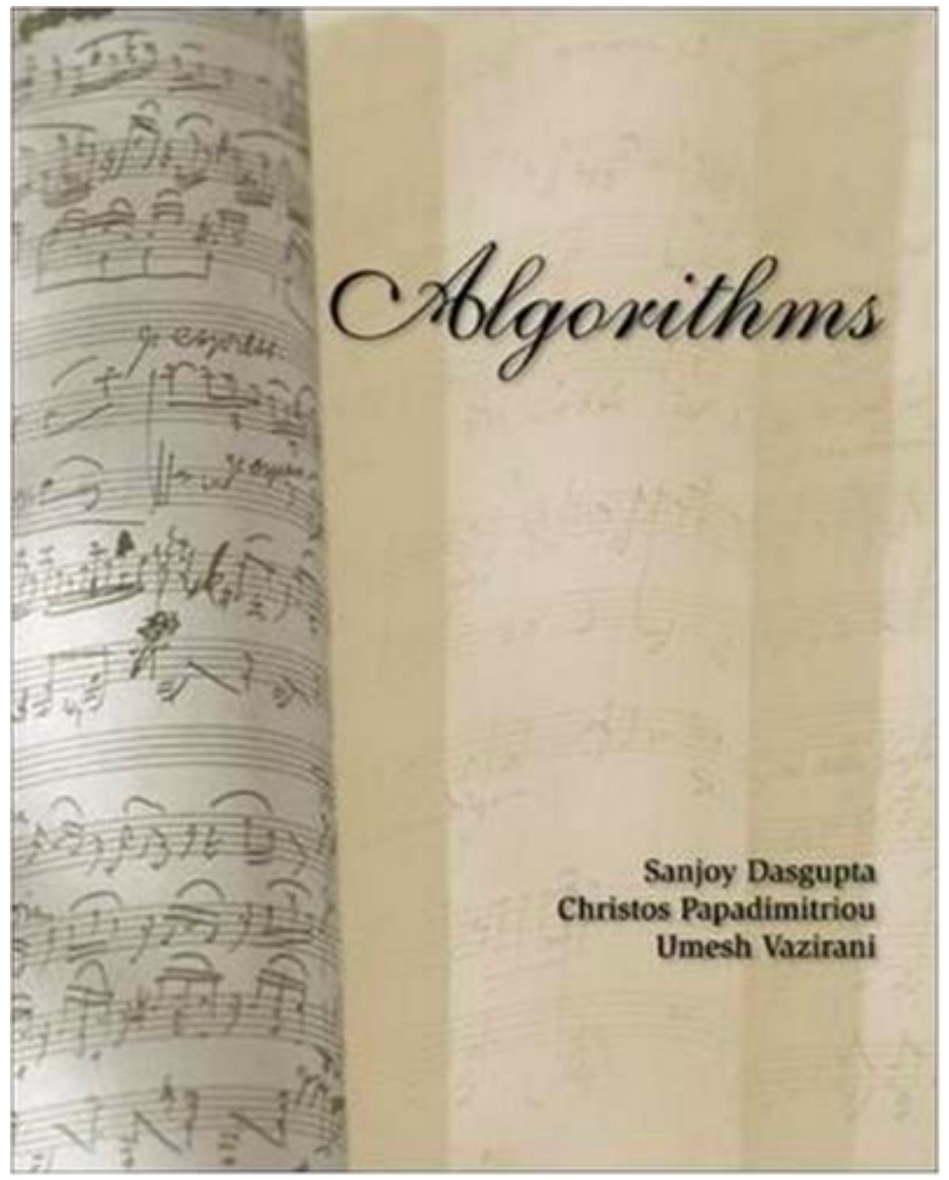
张驰豪

2021年2月26日

课程信息

- 每周五 12:55 - 15:40 @ 东上院 105
- 任课教师：张驰豪（http://chihaozhang.com, chihao@sjtu.edu.cn）
- 助教：王玉林（sky46262@sjtu.edu.cn）
  何宇乔（falsepromise@sjtu.edu.cn）
- 课程主页：http://chihaozhang.com/teaching/Algo2021spring
- Office hour: 每周一晚上7点-10点@软件学院1402-2

- 每周一次作业：一周理论作业 / 一周编程作业
- 编程作业通过 Online Judge 发布
- 最终成绩=70%*平时作业+30%*期末考试
- 参考资料：手写讲义 + pdf讲义+课程视频@canvas
- 教材(部分)：

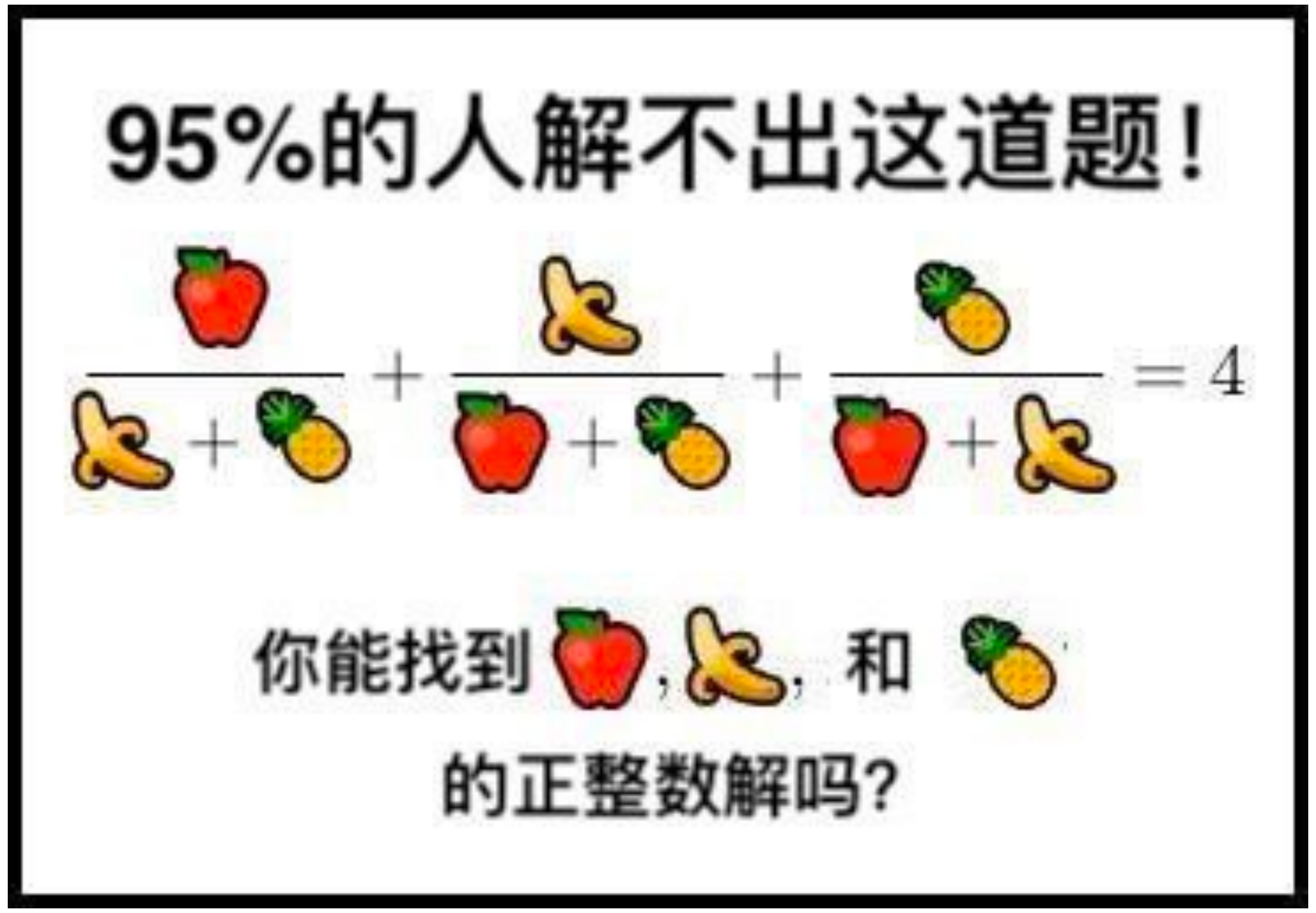


Algorithms

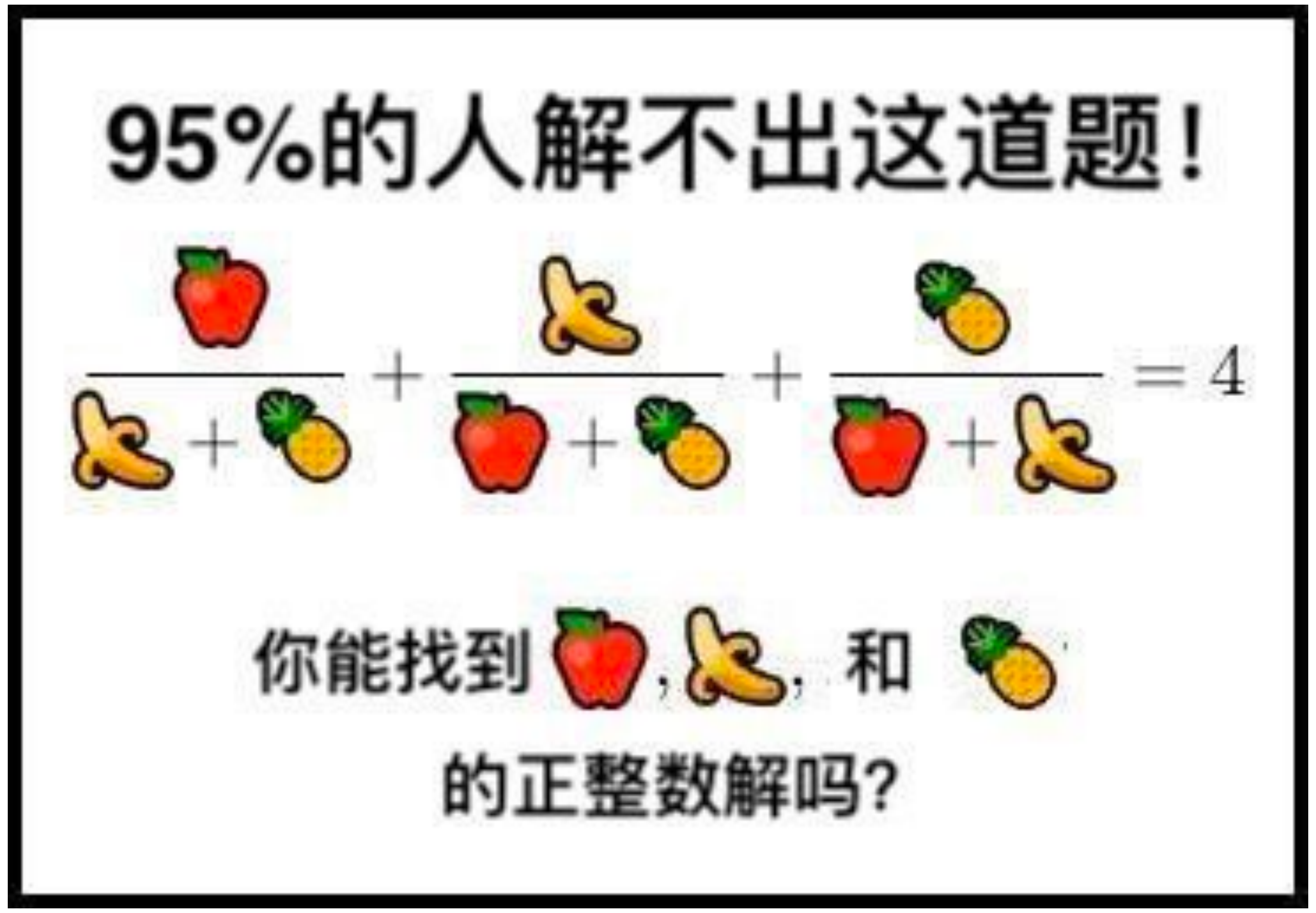
S. Dasgupta, C. Papadimitriou, U. Vazirani

什么是算法

什么是算法

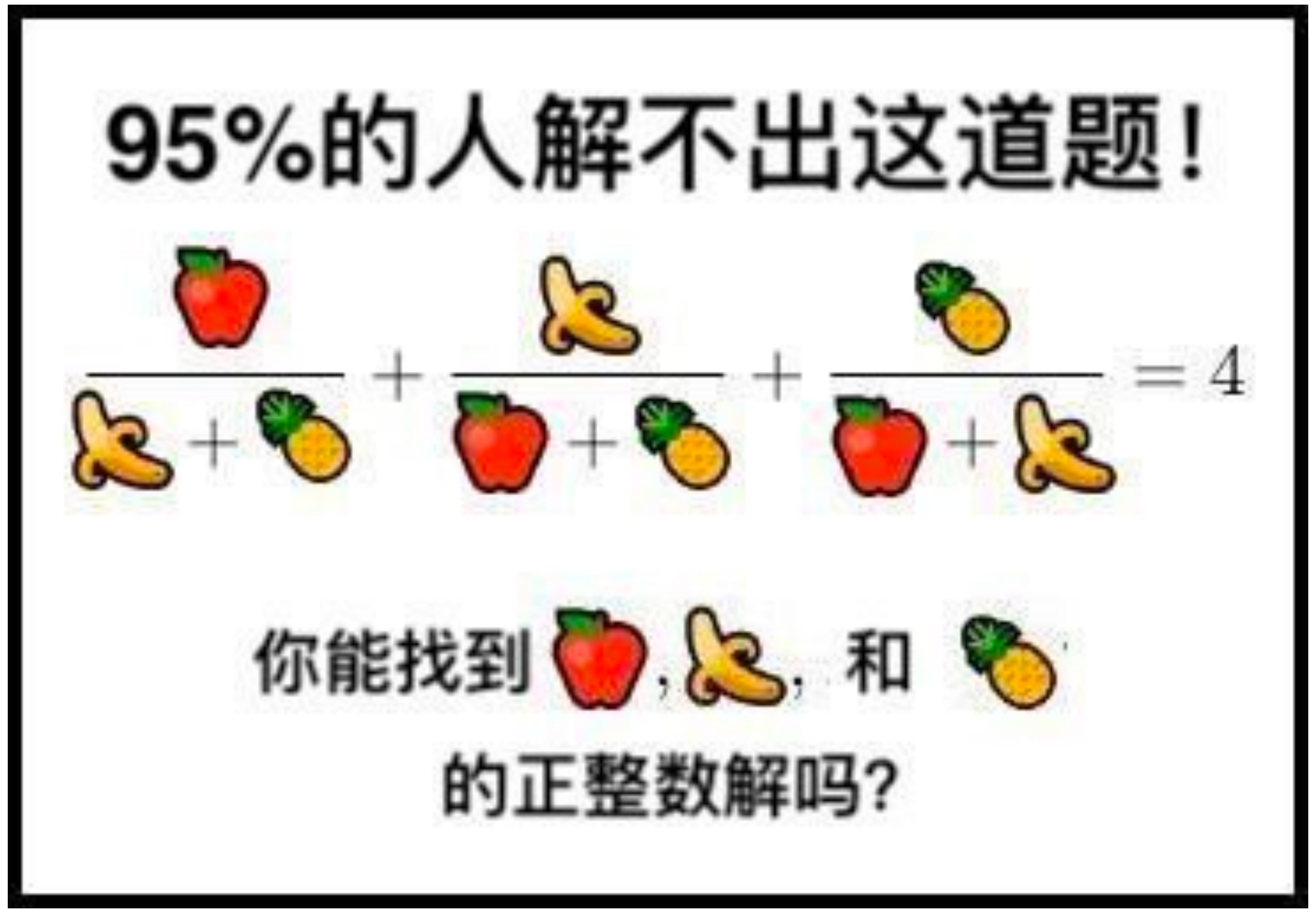


什么是算法



你能写一个程序/算法解这类问题吗?

什么是算法



你能写一个程序/算法解这类问题吗?

🍎 = 154476802108746166441951315019919837485664325669565431700026634898253202035277999

🍌 = 36875131794129999827197811565225474825492979968971970996283137471637224634055579

🍍 = 4373612677928697257861252602371390152816537558161613618621437993378423467772036

希尔伯特第十问题

希尔伯特第十问题

David Hilbert

希尔伯特第十问题

David Hilbert

希尔伯特第十问题 [编辑]

维基百科，自由的百科全书

希尔伯特的**第十个问题**，就是不定方程（又称为丢番图方程）的可解答性。这是希尔伯特于1900年在巴黎的国际数学家大会演说中，所提出的23个重要数学问题的第十题。

这个问题是问，对于任意多个未知数的整系数不定方程，要求给出一个可行的方法（verfahren），使得借助于它，通过有限次运算，可以判定该方程有无整数解。

这里德文的方法（verfahren），就是英文所谓的算法（algorithm）。对于算法的概念我们是不陌生的，例如远在古希腊时代，人们就知道可以使用辗转相除法，求两个自然数的最大公约数。还有，任给一个自然数，也存在着一个方法，在有限步骤内，可以判定这个数是不是质数。

虽然人们很早就有了算法的朴素概念，但对于到底什么是可行的计算，仍没有精确的概念。一个问题的可解与不可解究竟是什么含意，当时的人们还不得而知。然而为了研究第十问题，必须给予算法精确化的观念。这点还有赖于数理逻辑学对可计算性理论的发展，才得以实现。

希尔伯特第十问题

David Hilbert

希尔伯特第十问题 [编辑]

维基百科，自由的百科全书

希尔伯特的**第十个问题**，就是不定方程（又称为丢番图方程）的可解答性。这是希尔伯特于1900年在巴黎的国际数学家大会演说中，所提出的23个重要数学问题的第十题。

这个问题是问，对于任意多个未知数的整系数不定方程，要求给出一个可行的方法（verfahren），使得借助于它，通过有限次运算，可以判定该方程有无整数解。

这里德文的方法（verfahren），就是英文所谓的算法（algorithm）。对于算法的概念我们是不陌生的，例如远在古希腊时代，人们就知道可以使用辗转相除法，求两个自然数的最大公约数。还有，任给一个自然数，也存在着一个方法，在有限步骤内，可以判定这个数是不是质数。

虽然人们很早就有了算法的朴素概念，但对于到底什么是可行的计算，仍没有精确的概念。一个问题的可解与不可解究竟是什么含意，当时的人们还不得而知。然而为了研究第十问题，必须给予算法精确化的观念。这点还有赖于数理逻辑学对可计算性理论的发展，才得以实现。

“精确的定义算法”

希尔伯特的“判定性问题”

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert’s Entscheidungsproblem:

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert’s Entscheidungsproblem:

“是否存在一个算法/程序，能够自动地给出一个定理的证明？”

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert’s Entscheidungsproblem:

“是否存在一个算法/程序，能够自动地给出一个定理的证明？”

人工智能能够代替数学家吗？

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert’s Entscheidungsproblem:

“是否存在一个算法/程序，能够自动地给出一个定理的证明？”

人工智能能够代替数学家吗？

In 1936, Alonzo Church and Alan Turing published independent papers[2] showing that a general solution to the *Entscheidungsproblem* is impossible, assuming that the intuitive notion of "effectively calculable" is captured by the functions computable by a Turing machine (or equivalently, by those expressible in the lambda calculus). This assumption is now known as the Church–Turing thesis.

https://en.wikipedia.org/wiki/Entscheidungsproblem

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert’s Entscheidungsproblem:

“是否存在一个算法/程序，能够自动地给出一个定理的证明？”

人工智能能够代替数学家吗？

In 1936, Alonzo Church and Alan Turing published independent papers[2] showing that a general solution to the *Entscheidungsproblem* is impossible, assuming that the intuitive notion of "effectively calculable" is captured by the functions computable by a Turing machine (or equivalently, by those expressible in the lambda calculus). This assumption is now known as the Church–Turing thesis.

https://en.wikipedia.org/wiki/Entscheidungsproblem

Alonzo Church：
Lambda演算

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert’s Entscheidungsproblem:

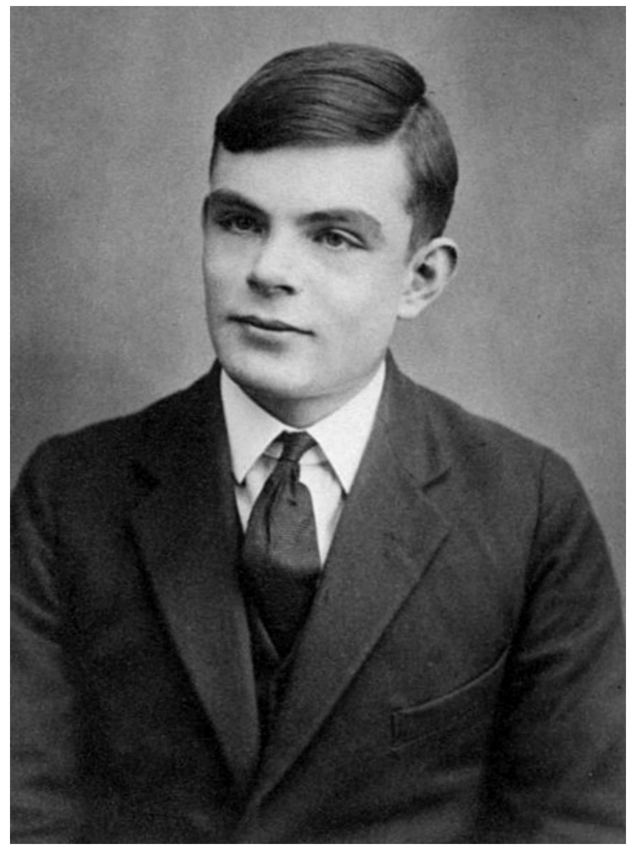
“是否存在一个算法/程序，能够自动地给出一个定理的证明？”

人工智能能够代替数学家吗？

> In 1936, Alonzo Church and Alan Turing published independent papers[2] showing that a general solution to the *Entscheidungsproblem* is impossible, assuming that the intuitive notion of "effectively calculable" is captured by the functions computable by a Turing machine (or equivalently, by those expressible in the lambda calculus). This assumption is now known as the Church–Turing thesis.

https://en.wikipedia.org/wiki/Entscheidungsproblem

Alonzo Church：
Lambda演算



Alan Turing:
图灵机

计算问题

计算问题

计算问题：$f: \{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^*$

计算问题

计算问题：$f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$

- 表示一个数是不是素数：

计算问题

计算问题：$f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$

- 表示一个数是不是素数：

$$\forall x \in \mathbb{N}, \quad f((x)_2) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \text{ is a prime;} \\ 0, & \text{otherwise}. \end{cases}$$

计算问题

计算问题：$f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$

- 表示一个数是不是素数：

$$\forall x \in \mathbb{N}, \quad f((x)_2) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \text{ is a prime;} \\ 0, & \text{otherwise} . \end{cases}$$

- 表示一个丢番图方程的解：

计算问题

计算问题：$f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$

- 表示一个数是不是素数：

$$\forall x \in \mathbb{N}, \quad f((x)_2) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \text{ is a prime;} \\ 0, & \text{otherwise}. \end{cases}$$

- 表示一个丢番图方程的解：

$$\forall \text{ 丢番图方程的编码 } x, \quad f(x) = \text{ 方程解的编码}$$

图灵机

图灵机

For thousands of years, the term “computation” was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

图灵机

> For thousands of years, the term "computation" was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序=解问题的"套路"+草稿纸

图灵机

For thousands of years, the term “computation” was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序=解问题的“套路”+草稿纸

一个$k-$带图灵机是一个三元组 (Γ, Q, δ):

图灵机

> For thousands of years, the term "computation" was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序＝解问题的"套路"＋草稿纸

一个$k-$带图灵机是一个三元组 (Γ, Q, δ):

- $k-$带： k 张草稿纸
- Γ: 字符集
- Q : 状态集（算到哪一步了）
- $\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$

图灵机

> For thousands of years, the term "computation" was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序=解问题的"套路"+草稿纸

一个k−带图灵机是一个三元组 (Γ, Q, δ):

$$\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$$

- k−带： k 张草稿纸
- Γ: 字符集
- Q : 状态集（算到哪一步了）
- $\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$

图灵机

For thousands of years, the term "computation" was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序＝解问题的"套路"＋草稿纸

一个$k-$带图灵机是一个三元组 (Γ, Q, δ):

- $k-$带： k 张草稿纸
- Γ: 字符集
- Q : 状态集（算到哪一步了）
- $\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$

当前输入

$$\delta : \underbrace{Q \times \Gamma^k} \to \underbrace{Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k}$$

图灵机

For thousands of years, the term “computation” was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序＝解问题的“套路”＋草稿纸

一个k–带图灵机是一个三元组 (Γ, Q, δ):

- k–带： k 张草稿纸
- Γ: 字符集
- Q : 状态集（算到哪一步了）
- $\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$

当前输入

$$\delta : \boxed{Q \times \Gamma^k} \to \boxed{Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k}$$

当前算到哪了

图灵机

> For thousands of years, the term "computation" was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序＝解问题的"套路"＋草稿纸

一个k–带图灵机是一个三元组 (Γ, Q, δ):

- k–带： k 张草稿纸
- Γ: 字符集
- Q : 状态集（算到哪一步了）
- $\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$

当前输入

$\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$

当前算到哪了

草稿纸上写的啥

图灵机

> For thousands of years, the term “computation” was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序＝解问题的“套路”＋草稿纸

一个k–带图灵机是一个三元组 (Γ, Q, δ):

- k–带： k 张草稿纸
- Γ: 字符集
- Q : 状态集（算到哪一步了）
- $\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$

当前输入　　　　下一步操作

$$\delta : \underbrace{Q}_{\text{当前算到哪了}} \times \underbrace{\Gamma^k}_{\text{草稿纸上写的啥}} \rightarrow Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$$

图灵机

> For thousands of years, the term "computation" was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序＝解问题的"套路"＋草稿纸

一个k–带图灵机是一个三元组 (Γ, Q, δ):

- k–带： k 张草稿纸
- Γ: 字符集
- Q : 状态集（算到哪一步了）
- $\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$

$$\delta : \overbrace{\underset{\text{当前算到哪了}}{Q} \times \underset{\text{草稿纸上写的啥}}{\Gamma^k}}^{\text{当前输入}} \rightarrow \overbrace{\underset{\text{下一步的状态}}{Q} \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k}^{\text{下一步操作}}$$

图灵机

> For thousands of years, the term "computation" was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序＝解问题的"套路"＋草稿纸

一个k–带图灵机是一个三元组 (Γ, Q, δ):

- k–带： k 张草稿纸
- Γ: 字符集
- Q : 状态集（算到哪一步了）
- $\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathrm{L}, \mathrm{S}, \mathrm{R}\}^k$

当前输入　　　下一步操作

$$\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathrm{L}, \mathrm{S}, \mathrm{R}\}^k$$

当前算到哪了

草稿纸上写的啥

下一步的状态

在草稿纸上写些啥

图灵机

> For thousands of years, the term "computation" was understood to mean application of mechanical rules to manipulate numbers, where the person/machine doing the manipulation is allowed a *scratch pad* on which to write the intermediate results. The Turing machine is a concrete embodiment of this intuitive notion. Section 1.2.1

Computational Complexity, S. Arora, B. Barak

程序=解问题的"套路"+草稿纸

一个k–带图灵机是一个三元组 (Γ, Q, δ):

- k–带： k 张草稿纸
- Γ: 字符集
- Q : 状态集（算到哪一步了）
- $\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^{k-1} \times \{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k$

当前输入　　　　下一步操作

$$\delta : \underbrace{Q}_{\text{当前算到哪了}} \times \underbrace{\Gamma^k}_{\text{草稿纸上写的啥}} \rightarrow \underbrace{Q}_{\text{下一步的状态}} \times \underbrace{\Gamma^{k-1}}_{\text{在草稿纸上写些啥}} \times \underbrace{\{\mathtt{L}, \mathtt{S}, \mathtt{R}\}^k}_{\text{移动草稿纸上的“光标”}}$$

丘奇-图灵论题

丘奇-图灵论题

任何“有效的计算法则”都和图灵机等价

丘奇-图灵论题

$\boxed{\text{任何“有效的计算法则”都和图灵机等价}}$

图灵机 = λ-演算 = 递归函数 = C++ = LaTeX = 量子计算机=康威的生命游戏（Game of Life）=…

丘奇-图灵论题

$\boxed{\text{任何“有效的计算法则”都和图灵机等价}}$

图灵机 = λ-演算 = 递归函数 = C++ = LaTeX = 量子计算机=康威的生命游戏（Game of Life）=…

问题 $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ 可计算

丘奇-图灵论题

$\boxed{\text{任何“有效的计算法则”都和图灵机等价}}$

图灵机 = λ-演算 = 递归函数 = C++ = LaTeX = 量子计算机=康威的生命游戏（Game of Life）=…

问题 $f: \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ 可计算

$\Longleftrightarrow$

丘奇-图灵论题

$\boxed{\text{任何“有效的计算法则”都和图灵机等价}}$

图灵机 = λ-演算 = 递归函数 = C++ = LaTeX = 量子计算机=康威的生命游戏（Game of Life）=…

$$\text{问题}\, f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^* \text{ 可计算}$$

$$\iff \text{存在图灵机}\, T : \forall x, T(x) = f(x)$$

丘奇-图灵论题

$\boxed{\text{任何“有效的计算法则”都和图灵机等价}}$

图灵机 = λ-演算 = 递归函数 = C++ = LaTeX = 量子计算机=康威的生命游戏（Game of Life）=…

$$\text{问题}\, f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^* \text{ 可计算}$$

$$\iff \text{存在图灵机}\, T : \forall x, T(x) = f(x)$$

$$\iff$$

丘奇-图灵论题

$\boxed{\text{任何“有效的计算法则”都和图灵机等价}}$

图灵机 = λ-演算 = 递归函数 = C++ = LaTeX = 量子计算机=康威的生命游戏（Game of Life）=…

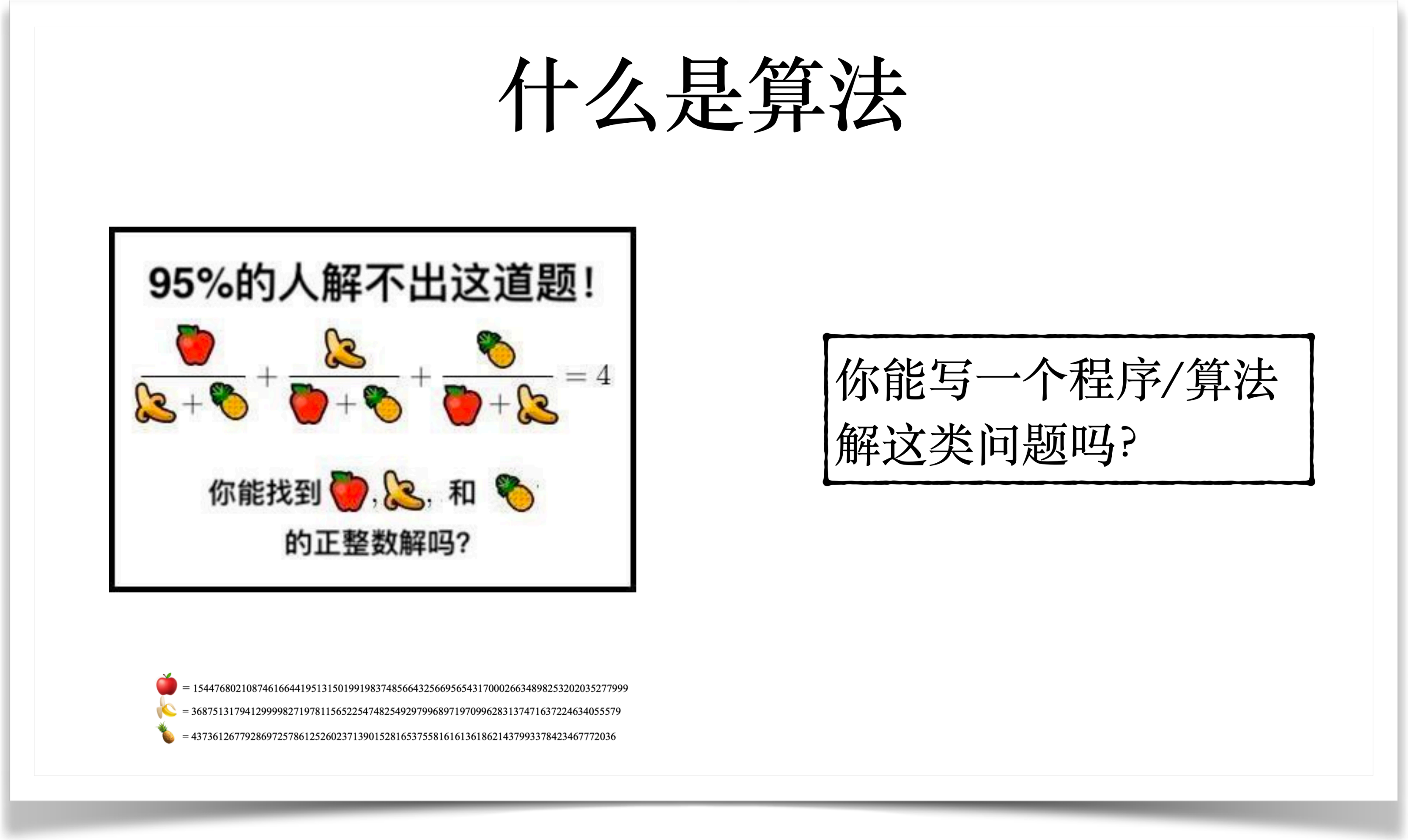
$$\text{问题 } f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^* \text{ 可计算}$$

$$\iff \text{存在图灵机 } T : \forall x, T(x) = f(x)$$

$$\iff \text{存在C++程序 } P : \forall x, P(x) = f(x)$$

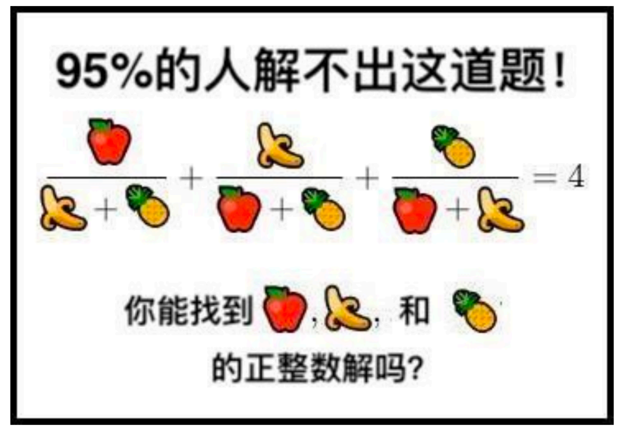
函数的可计算性

函数的可计算性



函数的可计算性

什么是算法



🍎 = 154476802108746166441951315019919837485664325669565431700026634898253202035277999
🍌 = 36875131794129999827197811565225474825492979968971970996283137471637224634055579
🍍 = 4373612677928697257861252602371390152816537558161613618621437993378423467772036

你能写一个程序/算法解这类问题吗?

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert’s Entscheidungsproblem:

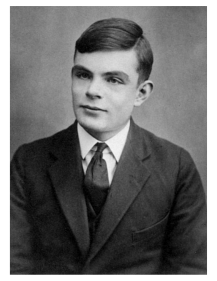
“是否存在一个算法/程序，能够自动地给出一个定理的证明？”

人工智能能够代替数学家吗?

In 1936, Alonzo Church and Alan Turing published independent papers[2] showing that a general solution to the *Entscheidungsproblem* is impossible, assuming that the intuitive notion of "effectively calculable" is captured by the functions computable by a Turing machine (or equivalently, by those expressible in the lambda calculus). This assumption is now known as the Church–Turing thesis.

https://en.wikipedia.org/wiki/Entscheidungsproblem


Alonzo Church:
Lambda演算


Alan Turing:
图灵机

函数的可计算性

问题：每一个函数都是可计算的吗?

函数的可计算性

问题：每一个函数都是可计算的吗?

几乎所有的函数都是不可计算的：函数的个数是不可数的，不同程序的个数是可数的。

停机问题（Halting Problem）

停机问题（Halting Problem）

每一个自然数都可以和C++程序建立一一映射：

停机问题（Halting Problem）

每一个自然数都可以和C++程序建立一一映射：

$$x \in \mathbb{N} \mapsto P_x \in \{\text{C++程序}\}$$

停机问题（Halting Problem）

每一个自然数都可以和C++程序建立一一映射：

$$x \in \mathbb{N} \mapsto P_x \in \{\text{C++程序}\}$$

考虑如下函数：

停机问题（Halting Problem）

每一个自然数都可以和C++程序建立一一映射：

$$x \in \mathbb{N} \mapsto P_x \in \{\text{C++程序}\}$$

考虑如下函数：

$$\mathtt{Halt}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } P_x(y)\text{有死循环；} \\ 0, & \text{如果 } P_x(y)\text{没有死循环.} \end{cases}$$

停机问题（Halting Problem）

每一个自然数都可以和C++程序建立一一映射：

$$x \in \mathbb{N} \mapsto P_x \in \{\text{C++程序}\}$$

考虑如下函数：

$$\texttt{Halt}(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } P_x(y) \text{有死循环;} \\ 0, & \text{如果 } P_x(y) \text{没有死循环.} \end{cases}$$

$\boxed{\text{定理：}\texttt{Halt}\text{ 函数是不可计算的。}}$

反证。假设存在一个程序 A 可以计算 $\texttt{Halt}$，即 $A(x, y) = \texttt{Halt}(x, y)$

反证。假设存在一个程序 A 可以计算 `Halt`，即 $A(x,y) = \texttt{Halt}(x,y)$

我们可以把 A 当做子程序，写出如下程序 B

反证。假设存在一个程序 A 可以计算 $\texttt{Halt}$，即 $A(x, y) = \texttt{Halt}(x, y)$

我们可以把 A 当做子程序，写出如下程序 B

```
Program B:
int main(int x) {
    If A(x,x)=1 then
        return 0;
    else
        for(;;); // loop forever
}
```

反证。假设存在一个程序 A 可以计算 $\mathtt{Halt}$，即 $A(x,y) = \mathtt{Halt}(x,y)$

我们可以把 A 当做子程序，写出如下程序 B

```
Program B:
int main(int x) {
    If A(x,x)=1 then
        return 0;
    else
        for(;;); // loop forever
}
```

用 $x(B)$ 表示 B 对应的自然数。

反证。假设存在一个程序 A 可以计算 $\texttt{Halt}$，即 $A(x, y) = \texttt{Halt}(x, y)$

我们可以把 A 当做子程序，写出如下程序 B

```
Program B:
int main(int x) {
    If A(x,x)=1 then
        return 0;
    else
        for(;;); // loop forever
}
```

用 $x(B)$ 表示 B 对应的自然数。

$B(x(B))=?$

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert’s Entscheidungsproblem:

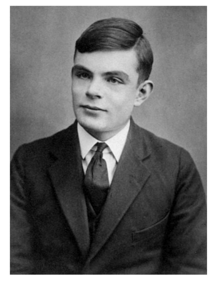
“是否存在一个算法/程序，能够自动地给出一个定理的证明？”

人工智能能够代替数学家吗？

In 1936, Alonzo Church and Alan Turing published independent papers[2] showing that a general solution to the *Entscheidungsproblem* is impossible, assuming that the intuitive notion of "effectively calculable" is captured by the functions computable by a Turing machine (or equivalently, by those expressible in the lambda calculus). This assumption is now known as the Church–Turing thesis.

https://en.wikipedia.org/wiki/Entscheidungsproblem

Alonzo Church：
Lambda演算



Alan Turing:
图灵机

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert’s Entscheidungsproblem:

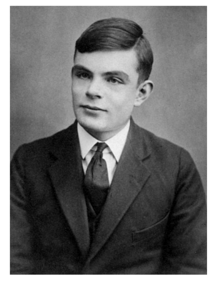
“是否存在一个算法/程序，能够自动地给出一个定理的证明？”

人工智能能够代替数学家吗？

In 1936, Alonzo Church and Alan Turing published independent papers[2] showing that a general solution to the *Entscheidungsproblem* is impossible, assuming that the intuitive notion of "effectively calculable" is captured by the functions computable by a Turing machine (or equivalently, by those expressible in the lambda calculus). This assumption is now known as the Church–Turing thesis.

https://en.wikipedia.org/wiki/Entscheidungsproblem

Alonzo Church：
Lambda演算



Alan Turing:
图灵机

给定一个程序，其是否死循环可以写成一个数学命题

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert's Entscheidungsproblem:

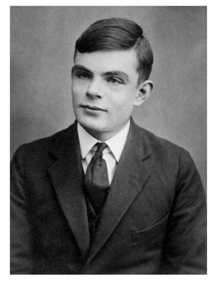
“是否存在一个算法/程序，能够自动地给出一个定理的证明？”

人工智能能够代替数学家吗？

In 1936, Alonzo Church and Alan Turing published independent papers[2] showing that a general solution to the *Entscheidungsproblem* is impossible, assuming that the intuitive notion of "effectively calculable" is captured by the functions computable by a Turing machine (or equivalently, by those expressible in the lambda calculus). This assumption is now known as the Church–Turing thesis.

https://en.wikipedia.org/wiki/Entscheidungsproblem

Alonzo Church：
Lambda演算



Alan Turing:
图灵机

给定一个程序，其是否死循环可以写成一个数学命题

不存在通用的算法判定命题是否成立！

希尔伯特的“判定性问题”

Hilbert’s Entscheidungsproblem:

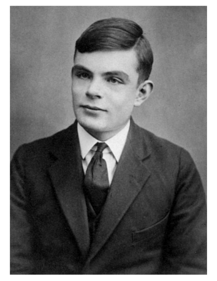
“是否存在一个算法/程序，能够自动地给出一个定理的证明？”

人工智能能够代替数学家吗？

In 1936, Alonzo Church and Alan Turing published independent papers[2] showing that a general solution to the *Entscheidungsproblem* is impossible, assuming that the intuitive notion of "effectively calculable" is captured by the functions computable by a Turing machine (or equivalently, by those expressible in the lambda calculus). This assumption is now known as the Church–Turing thesis.

https://en.wikipedia.org/wiki/Entscheidungsproblem

Alonzo Church：
Lambda演算

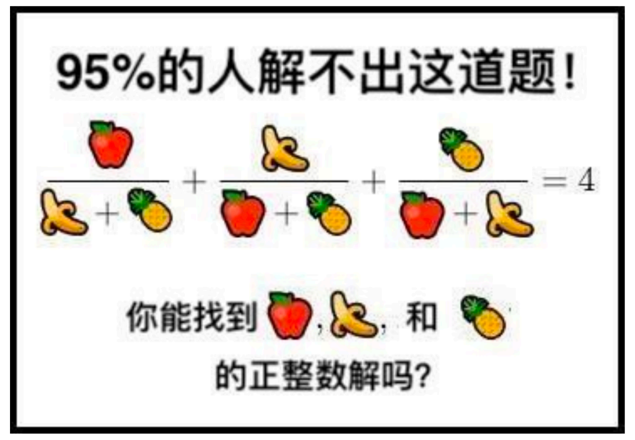


Alan Turing:
图灵机

给定一个程序，其是否死循环可以写成一个数学命题

不存在通用的算法判定命题是否成立！

什么是算法



你能写一个程序/算法
解这类问题吗?

🍎 = 154476802108746166441951315019919837485664325669565431700026634898253202035277999
🍌 = 36875131794129999827197811565225474825492979968971970996283137471637224634055579
🍍 = 4373612677928697257861252602371390152816537558161613618621437993378423467772036

给定一个程序，其是否死循环可以写成一个数学命题

不存在通用的算法判定命题是否成立!

希尔伯特第十问题：是否存在算法判断丢番图方程是否有解?

给定一个程序，其是否死循环可以写成一个数学命题

不存在通用的算法判定命题是否成立！

希尔伯特第十问题：是否存在算法判断丢番图方程是否有解？

Matiyasevich 定理（1970）：不存在求解丢番图方程的通用算法。

计算问题分类

计算问题分类

计算问题分类

- 可计算理论/递归论：研究不可计算函数
- 计算复杂性/算法：研究可计算函数